Gradus Vol 2, No 2 (2015) 63-73
ISSN 2064-8014

A MATEMATIKA TANULÁS-TANÍTÁS NÉHÁNY KOGNITÍV PSZICHOLÓGIAI KÉRDÉSE

SOME COGNITIVE PSYCHOLOGICAL QUESTION IN MATHEMATICS EDUCATION

Ambrus András[1*]

[1] Matematikatanítási és Módszertani Központ, ELTE TTK, Magyarország

Kulcsszavak:
Matematika,
Tanítás, Tanulás,
Kognitív pszichológia,

Keywords:
Mathematics,
Education,
Cognitive psychological

Cikktörténet:
Beérkezett 2015. október 15.
Átdolgozva 2015. október 31.
Elfogadva 2015. november 26.

Összefoglalás
A nemzetközi matematika tanítási-tanulási kutatásokban és tanítási gyakorlatban egyre nagyobb mértékben kerül elő a kognitív pszichológiai megközelítés is, amely hatása a magyar matematikatanításban egyelőre sajnos nem érzékelhető. Cikkünkben néhány probléma elemzése után az emberi emlékezet struktúráját mutatjuk be, majd ennek következményeként a kognitív terhelés elméletét részletezzük elsősorban a matematikai problémamegoldás tanítása szempontjából. A kognitív terhelés csökkentésének rövid bemutatása után a kidolgozott példák és a figyelem megosztási effektus hatásait elemezzük konkrét példák bemutatásával.

Abstract
In the international mathematics educational research and teaching practice we can find more and more cognitive psychological approaches, which do not influence the Hungarian mathematics teaching traditions. In our article after a short presentation of human cognitive architecture we give a broad analysis of the cognitive load theory and the possible effects to decreasing cognitive load. Our main aim is to analyse the worked examples in mathematical problem-solving teaching. Beside its theoretical base we analyse concrete examples to demonstrate the effect of worked examples and the split – attention effect on the students' learning.

1. Bevezetés

A matematikadidaktikai kutatások három nagy csoportba rendezhetők: az emberi megismerés kognitív pszichológia alapjai; mestertanárok tanítási tapasztalatai – hogyan vezetik be az új anyagot, hogyan ellenőrzik a tanulói megértést, hogyan segítenek szükség esetén; összetett feladatok megoldása során nyújtott módszerek: hangos gondolkodás, ötletek adása, kidolgozott példa alkalmazása. A második csoportra van példa Magyarországon is, e kutatás összefoglalását megtalálhatjuk Gordon Győri János - Halmos Mária - Munkácsy Katalin – Pálfalvi Józsefné: „A matematikatanítás mestersége. Mestertanárok a matematikatanításról" című könyvben (GORDON GYŐRI, 2007). A harmadik verzióra is találunk példát: Kosztolányi József *A probléma-megoldási képességek fejlesztéséről* című lőcsei MIDK konferenciai előadásában, ahol az összetett problémák megoldásához irányító kérdéseket és ötleteket alkalmazó módszerről beszélt.

* E-mail cím: ambrus@cs.elte.hu

(KOSZTOLÁNYI, 2012) Önkritikusan be kell vallanunk, hogy az első csoportot illetően matematikatanításunk meglehetősen távol van, ezért cikkünkben erre a pontra összpontosítunk.

2. Gondok a magyar matematikaoktatásban

Sok külföldi konferencián járva, beszélgetve gyakran mondták a külföldi kollégák: „A magyar matematikaoktatás világhírű köszönhető Pólya Györgynek is." Én módosítani szoktam: „A magyar matematikai tehetséggondozás valóban világhírű, de az átlagos tanulók matematikai nevelése hagy kívánni valókat maga után." Nézzünk néhány konkrét adatot. A 2012-es PISA vizsgálatok során a következő eredményeket érték el a magyar nyolcadik osztályos tanulók.

2.1. PISA 2012 Matematika teszt (8. osztályos tanulók):

PISA átlag 494 pont, Magyarország 477 pont. Alacsony teljesítmény 1vagy 2-es kategória:28,1%, jók 5 vagy 6-os kategória: 9,3%. Helyezés: 39. Résztvevő országok száma: 65.

2.2. PISA Creative Problem-solving 2012 teszt (8. osztályosok):

33. hely a 44 résztvevő ország között. Gyenge teljesítményt nyújtók 35%, 5-6-os kategória: 5,6%. Szokatlan szituációkban nem tudnak tanulóink értelmesen reagálni.

2.3. Problémák:

1. A jól teljesítők száma nagyon alacsony. Többre lenne szükség, hogy jó mérnökeink, közgazdászaink legyenek, hiszen a felsőoktatásba az évjárat 35-40%-a kerül be évente.
2. A vizsgált évjárat egyharmada funkcionálisan analfabéta, mit tudnak ők teljesíteni a jövőben?

2.4. TIMSS 2011

Negyedik osztályosok: 19. helyezés 47 résztvevő között, átlagos teljesítmény 515 pont, TIMSS átlag 500 pont.

Nyolcadik osztályosok: 11. hely 42 résztvevő között, átlag 505 pont, mely közel van az 500 pontos TIMSS átlaghoz, de jobb annál. Jelentős a különbség a TIMSS és a PISA eredmények között. Az előbbiben több tiszta matematikai probléma szerepel, míg a PISA problémákban köznapi szituációkban kell felismerni a matematikát.

2.5. Egyetemi matematika belépő zárthelyik tapasztalatai

Azon felsőoktatási intézményekben, melyekben a matematika oktatása is szerepel a képzésben a belépő hallgatók szeptember elején egy matematika dolgozatot írnak, melynek szintje a matematikai középfokú írásbeli érettségi színvonalához hasonlítható. Az ELTE-n hagyományos formátumú, a Budapesti Műszaki Egyetemen feleletválasztásos a dolgozat formája. Nem részletezzük az eredményeket, csak jelezzük, hogy az ELTE-n a hallgatók egyharmada, esetenként fele ér el elégséges eredményt az első alkalommal, a kétharmadnak felzárkóztató kurzuson kell részt vennie, amíg el nem éri az elégséges szintet. A Műszaki Egyetem egy népszerű karán és szakján, ahol a felvételi pontszámok átlaga 430 pont volt a következő hiányosságokat tapasztalták: 1. A hallgatók nem értik az összefüggéseket. 2. Nem ismerik az alapvető elveket. 3. Nagyon gyenge az alkalmazási, modellezési képességük, készségük. 4. Gyenge az elemző képességük. 5. Nincs rend a gondolkodásukban, mentális munkájukban.

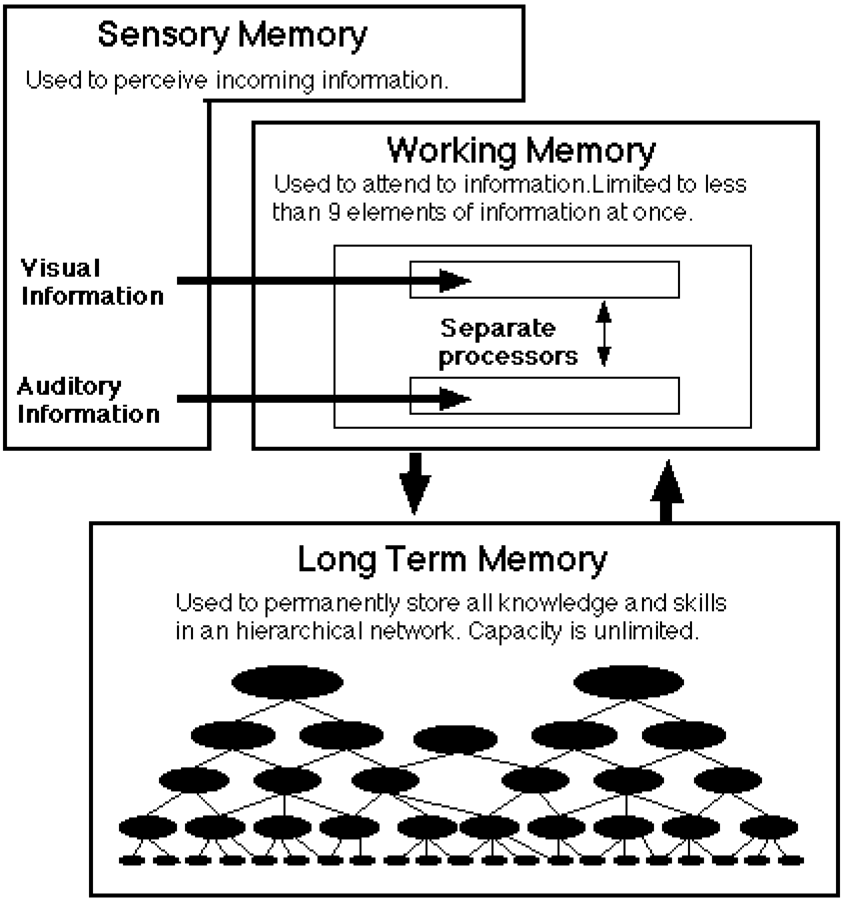
A következőkben a 90%-ról, annak felsőbb kategóriáiról lesz szó, e tanulók közül sokan vesznek részt mérnök, közgazdász, matematikus, matematika tanárképzésben. Állításom*: E tanulók számára másképp kell tanítani a matematikát, mint a top 10%-nak!*

3. Az emberi emlékezet struktúrája

A legtöbb agykutató elfogadja A. Baddeley angol tudós struktúra modelljét: érzékszervi (szenzoros) emlékezet, munkamemória, hosszú távú memória.

3.1. Szenzoros memória

Érzékszerveinkre másodpercenként hatalmas mennyiségű információ hat a környezeti világunkból. Ezek nagyon rövid idejűek és csak azon információkat észleljük, az kerül a munkamemóriánkba, amelyre tudatosan figyelünk. Az ismeretfeldolgozás szempontjából a munkamemória és a hosszú távú memória játszik lényeges szerepet.



1. *ábra Cooper, 1998*

3.2. Munkamemória (MM)

A munkamemóriában folyik a tudatos ismeretfeldolgozási folyamat – felfogás, megértés, ismeretek rendezése, összehasonlítása, kritikus gondolkodás, probléma megoldás, stb. Agyunk munkaasztalának is nevezzük, ez egy aktív ismeretfeldolgozási terület. Négy összetevője van: fonologikus tár, vizuális-téri tár, epizodikus tár, centrális végrehajtó. A *fonologikus tár* tárolja és ismétlésekkel fenntartja a verbális, hangi információkat. A *vizuális-téri tár* a vizuális, képi információkat fenntartja és tárolja, az *epizodikus tár* összekapcsolja a verbális és képi információkat a központi szabályozó, végrehajtó irányításával és a hosszú távú memóriából vett információ segítségével. A *központi szabályozót* (centrális végrehajtó) supervisor-i figyelmi rendszernek is nevezik, mivel felügyeli, kontrollálja és irányítja az ismeretfeldolgozási folyamatot agyunkban. Munkamemóriánk terveket készít, transzformációs stratégiákat alkalmaz, az analógiás és metaforikus gondolkodás itt történik, dolgok között kapcsolatokat létesít gondolatban, absztrahál, mentális reprezentációkat alkot. A munkamemóriának nagyon korlátozott a kapacitása: Miller ezt 7±2 információ egységben határozta meg, ennyi új információ egységet tud tárolni a munkamemória. Újabb kutatások szerint a 4±1 információegység inkább közelít a valósághoz. Ha ismeretfeldolgozási folyamat is történik, egyszerre csak két-három szimultán folyamatra vagyunk képesek. Például: tanulás és zenehallgatás, vagy matematikai probléma megoldás folyamata bármilyen osztályzajjal zavaró lehet sok tanuló számára. A memóriánk időkorlátja: egy adott információ 20-30 másodpercig marad fenn ismétlés nélkül. (Baddeley, 2005)

3.3. Hosszú-távú memória (HTM)

A hosszú-távú memória ismereteink tárháza. Az ismereteket sémákban tárolja. *A sémák mentális struktúrák, segítségükkel rendezzük és strukturáljuk ismereteinket*. A sémákat a hosszú-távú memóriából hívjuk elő bizonyos szituációk, problémahelyzetek megértéséhez és megoldásához. A munkamemóriában hozzuk létre a sémákat, melyeket integráljuk a hosszú-távú memóriában meglévő sémákba, sémahálózatokba. A hosszú-távú memóriának nincsenek kapacitás korlátai, időkorlát sem ismeretes. (Felejtésről most nem beszélünk). A munkamemória és hosszú-távú memória kapcsolata döntő a hatékony ismeretszerzési folyamatban. Még a komplex sémák is egy információ egységnek számítanak, így előhívásuk a munkamemóriába nem foglal kapacitást. A komplex problémamegoldás nélkülözhetetlen feltétele a sémák automatizálása, mivel így ezek alkalmazása nem kíván extra munkamemória kapacitást.

A modellel kapcsolatban kiemeljük a két párhuzamos ismeret - feldolgozási, elsajátítási folyamatot: verbális illetve képi. Célszerű az információkat kétféle reprezentációs módban feldolgozni, így a munkamemória kapacitása megoszlik a két mód között, ha egyik telve van, akkor a másik mód segíthet. *Kiemeljük az alapvető mentális műveleteket: fókuszált figyelem és szelektálás, mentális rendezés, integrálás a megelőző ismeretekbe*. Kiemeljük még a motiváció és a metakogníció (saját tudásról való ismeretek, képességek, tudás) fontosságát a hatékony tanulásban.

4. Kognitív terhelési elmélet (KTE)

Kognitív terhelésnek nevezzük a munkamemóriában az információfeldolgozás során keletkezett terhelést. A KTE az információfeldolgozás okozta kognitív terheléssel foglalkozik, annak következményeivel, és az oktatásnak a tanulást segítő hatékony tervezésével. Alapvető feltételezései: A munkamemória kapacitása nagyon korlátozott. Az információt a hosszú-távú memóriában sémák formájában tároljuk. Egy séma egyetlen egy információ egységet jelent az MM szempontjából. A komplex problémák megoldásához szükséges a sémák automatizálása. Hatékony tanulás alapkövetelménye az aktív, tudatos ismeretfeldolgozás az MM-ben.

4.1. A kognitív terhelés fajtái

4.1.1. Belső (lényegi) kognitív terhelés (Intrinsic Cognitive Load)

Ez a terhelés nem befolyásolható, a probléma elemei közötti kapcsolatoktól függ, melyeket szimultán kell az információ feldolgozási folyamatban kezelni. Például szöveges feladatok megoldásánál a probléma szövegének olvasása, megértése, kiemelve a probléma kiinduló adatait, a kérdés, a megoldási folyamatban szükséges helyzetek és lehetséges lépések kapcsolata jelenti a feladatból adódó belső terhelést.

4.1.2. Külső kognitív terhelés (Extraneous CL)

Az információ prezentálásának módjától függ, amely tartalmazhat a tanulandó anyag szempontjából felesleges információkat például háttérzene, társak beszélgetése, továbbá ábrák és szövegek elhelyezése is nehezítheti a feldolgozást, ha ábra egyik oldalon, míg a hozzátartozó szöveg a következő oldalon van. Meglepő, de sok tanuló véleménye szerint a matematika tanárok túl sokat, sokszor munkájukat zavaróan beszélnek. Ezt többnyire segítő szándékkal teszik, például a tanulók egyéni feladatmegoldásánál ötleteket, javaslatokat tesznek hangosan, ezzel a saját gondolataiban elmerülő tanulókat megzavarhatják. Kirschner írja: *„Mivel a támogató információ tipikusan magas elemek közti interaktivitást jelent, ezért nem célszerű egyéni feladatmegoldás közben ilyet közölni. Egy feladat megoldásán dolgozni és közben a segítő információra is figyelni, ez szinte biztosan kognitív túlterhelést jelent sok tanuló számára. Ezért a támogató ötleteket, sémákat legjobb közvetlenül a probléma kitűzése után adni, így a tanulók előre meg tudnak* *konstruálni egy kognitív sémát, amit a hosszú-távú memóriájukban tárolnak és a feladatmegoldás közben elő tudják hívni, ha szükséges a munkamemóriájukba. Ez kisebb kognitív terheléssel jár, mint a feladatmegoldás közben adott információ”* (Kirschner, 2009)

4.1.3. Generatív kognitív terhelés (Germane CL)

A tanulás szempontjából döntő tényező, a sémák elsajátításához és automatizálásához szükséges munkamemória kapacitást jelenti. Fő funkciója a problémaadatok kapcsolatának beépítése, integrálása a hosszú-távú memóriában tárolt sémák segítségével

A kognitív terhelés a három fenti terhelés összege. Mivel a tanítás során a belső kognitív terhelés nem változtatható, a külső terhelést kell minimálisra csökkenteni, hogy maradjon kapacitás a generatív terhelésre, a séma kialakítására, elsajátítására.

Úgy tűnik, hogy a séma konstrukció, séma integráció és séma automatizálás munkamemóriára gyakorolt kognitív terhelő hatása megmagyarázza a tanulók tapasztalatai, képességei és tartalmi ismeretei közötti különbségeket. Hatékony tanítás tervezésekor messzemenően figyelembe kell venni a lehetséges kognitív terheléseket.

4.2. Kognitív terhelés mérése

4.2.1. Szubjektív értékelés

A tanulóknak egy adott tananyag elsajátítása, adott probléma megoldása után egy többfokozatú skála alapján kell kinyilvánítaniuk milyen terhelést okozott nekik az adott feldolgozás, mennyire nehéznek találják azt. Gyakori a hatfokozatú skála, amelynek az elején 1 jelenti a nagyon megterhelő, nehéz, a 2 jelenti a nehéz, 3-4 lehet a közepes terhelés két fokozata, míg 5 a könnyű illetve 6 a nagyon könnyű minősítést jelenti. A nevében is benne van, hogy ez az értékelés erősen szubjektív jellegű, de a leggyakoribb, mivel nem kíván különösebb eszközöket, célszerű, ha a tanárok használják osztályaikban, hiszen a matematikai probléma-megoldás sok tanulónak különösen nagy terhelést okozhat.

4.2.2. Fiziológiai értékelés

A tanulók szem mozgásának illetve szívritmusának mérése. Eszközigényes, osztálykeretek között nehezen alkalmazható tudományos igénnyel.

4.2.3. Kettős feladat terhelés

Az ismeret elsajátítónak a fő feladat mellett egy másodlagos feladatot is meg kell oldania. A fő feladat megoldási teljesítménye mellett a másodlagos feladaton nyújtott teljesítményt is vizsgálják és a kettő alapján következtetnek a kognitív terhelésre. Ez is inkább a kutató szakemberek eszköze, gyakorlati tanítás során nehéz kivitelezni.

5. Kognitív terhelés és matematikai problémamegoldás

5.1. Mi a probléma a minimális vezetés, felfedeztetés, teljesen önálló problémamegoldás osztálykeretben való alkalmazásakor?

1. Gyakran csak egy-két kiváló tanuló tudja megoldani a problémát.
2. Sok tanuló frusztrált lesz, mivel képtelen valamire való megoldási lépést találni. Van olyan tanuló, aki föladja, mások mechanikusan lemásolják a jó tanuló által ismertetett megoldást, anélkül, hogy megértenék azt.
3. Vannak tanulók, akik találnak valamiféle megoldást, úgy vélik az helyes megoldás, holott hibás, ez megmaradhat az emlékezetükben az adott problémához asszociálódva, zavarva ezzel a későbbi tanulást. Az emlékezet olyan, hogy hiába mutatták meg a helyes megoldást, a tanulóban az ő saját „megoldása” marad meg.

4. Ha minden tanuló valamiféleképpen eljutott is a megoldáshoz, ha az időfaktort nézzük a teljes irányítás sokkal hatékonyabb. Ha egy anyag 25 perc tanári demonstrációval tanítható, amelyet 15 perces gyakorlás követ tanári visszajelzéssel, ugyanez ez eredmény több tanórát kíván felfedeztetéses tanítással.
5. A minimálisan vezetett tanítás nagyon megnövelheti az osztályban levő tanulók közötti szintkülönbségeket.

5.2. Konstruktivizmus, mint tanuláselmélet illetve tanításelmélet.

Sok kutató átviszi mechanikusan a konstruktív tanuláselméletet, mint előírást a tanításra. A konstruktív tanuláselmélet szerint a tanulónak sajátmagának kell megkonstruálnia a bejövő információ, ismeret mentális reprezentációját. Ez történhet egy könyv, internetszöveg olvasása, tanulmányozása révén, tanári előadás, magyarázat segítségével, tanári demonstráció, kísérlet magyarázattal követett bemutatása révén. A lényeg, hogy a tanuló megkonstruálja az ismeret, tudás belső, mentális reprezentációját. A legtöbb tanuló képtelen irányítás, segítés nélkül megtenni ezt.

5.3. Kognitív terhelés a problémamegoldás során

A problémahelyzetek, állások és a lehetséges megoldási lépéseket először De Groot vizsgálta sakkjátékosok megfigyelésével. A tapasztalt sakkjátékosok a memóriájukban különböztek kezdőktől. Az emlékezetükben több ezer sakkállás van tárolva a helyzetekhez kapcsolódó jó megoldási lépésekkel.

Sweller és társai a sakkjáték analógiájára kidolgozták elméletüket a matematikai problémamegoldásra is. Véleményük szerint a problémamegoldóknak rendelkezniük kell sok problémahelyzet, problémaállás és az azokhoz tartozó helyes megoldási lépések sémájával, és azokat a megfelelő problémák azonosítása után aktivizálni is tudják. Ezek a probléma-megoldási sémák terület specifikusak. (algebra, trigonometria stb.) Ha egy tanuló nem rendelkezik a problémának megfelelő megoldási sémákkal, a próba-szerencse, esetleges próbálkozások módszerét kénytelen alkalmazni, ami komolyan leterheli a munkamemória kapacitását. Mi a kiindulási helyzet, mik az adatok és feltételek? Mit keresünk? Milyen megoldási módszerek, lépések jöhetnek számításba? Ha elértünk valahová, jó az irány? Mi lehet a következő lépés, közelebb kerülünk a célhoz vele? *Gyakran előfordul, hogy bár a feladatot megoldja a tanuló, megtalálja a kérdésre a helyes választ, de a megoldás sémájának rögzítésére a hosszú távú memóriában már nem kerül sor a nagy kognitív terhelés miatt a munkamemória kapacitása telítődött, pedig a cél nem a kapott, konkrét eredmény, hanem a probléma megoldását lehetővé tevő megoldási séma beépítése a hosszú távú memóriába, hogy a jövőben is aktivizálni, alkalmazni lehessen.*

Ötven éves matematikatanítási tapasztalatunk alapján az a határozott véleményünk, hogy egy új fogalom bevezetése, összetett probléma megoldásakor a kezdőfokon tanulók számára a teljes irányítás hatékonyabb, mint a minimális vezetés. Természetesen a kiemelkedő tanulók számára sok esetben inkább zavaró a vezetés, ők önállóan meg tudják oldani a problémát (Expertise reversal effect).

6. Kognitív terhelést csökkentő tanítási módszerek

Nyitott feladatok alkalmazása. Kidolgozott példák alkalmazása. Tapasztaltsági fordított effektus elve. Hiányos megoldások kiegészítése. Figyelem megosztási effektus. Modalitási effektus. Redundancia elve. Mi a továbbiakban a kidolgozott példák alkalmazására és az azzal szoros kapcsolatban levő kiegészítés elvével és a figyelem megosztási effektussal foglalkozunk röviden.

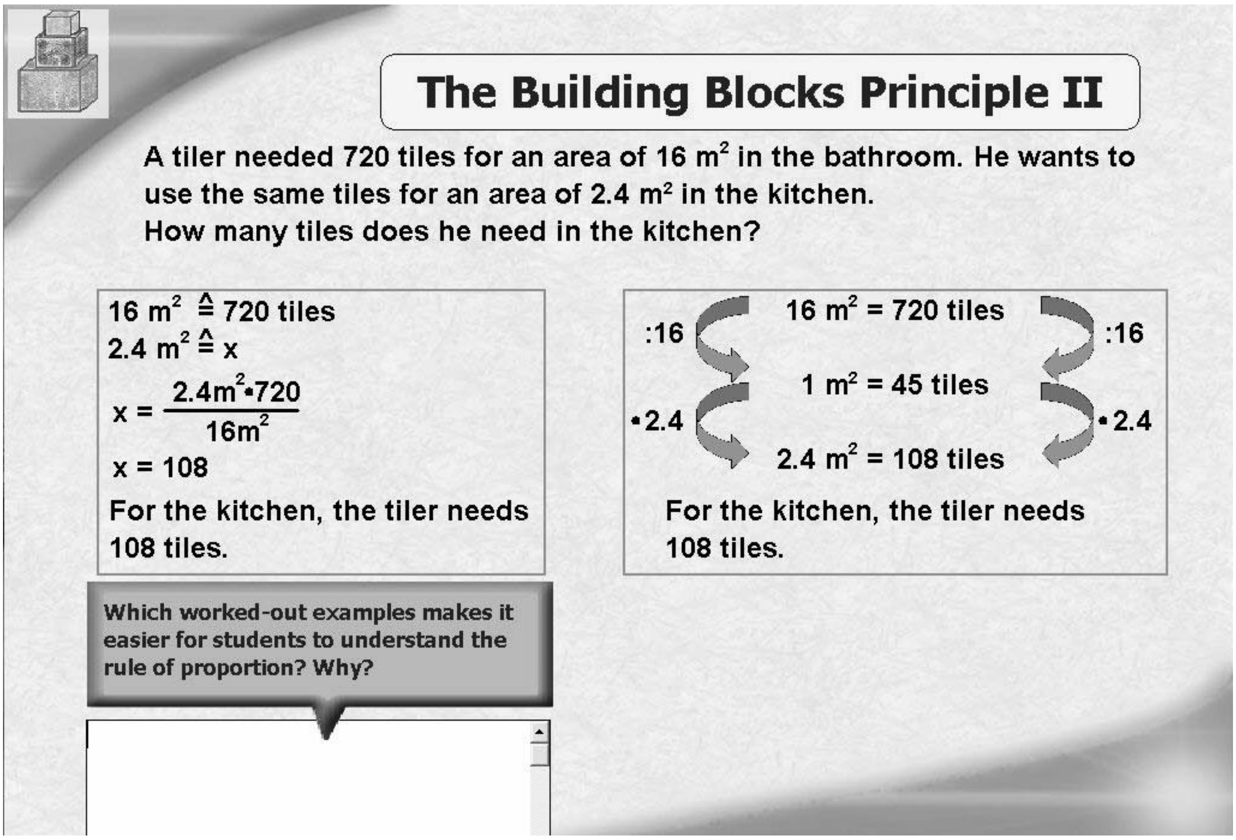
6.1. Kidolgozott példák alkalmazása

A kidolgozott példa már a nevében is jelzi, hogy a tanár részletesen elmagyarázza, bemutatja, demonstrálja a problémamegoldás főbb helyzeteit és az azokhoz tartozó megoldási lépéseket. A tanulók így koncentrálhatnak a séma főbb problémahelyzeteire és a megoldási lépésekre. Nem új keletű a példák alkalmazása, hiszen sok tankönyv is egy új fogalom, tétel, eljárás bevezetését példával kezdi, sokszor csak egyetlen példával, ami sok tanulónak kevés. A kidolgozott példa effektus több példát jelent, gyakran egy kidolgozott példát egy hasonló feladat önálló megoldása követ, majd a kidolgozott példa egy variánsa következik kidolgozva majd ennek megfelelő önálló feladat megoldása és így tovább

Néhány fontos megjegyzés a kidolgozott példa effektus kapcsán

1. Minden tanulónak sajátmagának kell a feladat megoldásának mentális (belső) modelljét megalkotnia, sajátmagának kell elmagyaráznia a fontosabb lépéseket: mit – mikor – hol - hogyan – miért. Fontos, hogy jegyzetet készítsenek maguknak a füzetükbe, egyébként nem marad meg az új információ emlékezetükben. Mindehhez, mint mindenhez a tanulás, tanítás során elegendő idő kell!
2. A legideálisabb, ha minden tanuló számot ad arról, hogy megértette a feladatmegoldás sémáját, azt el is tudja mondani. A tanár nem tud minden tanulót megvizsgálni, célszerű a padtársakat kérni arra, hogy elmondják egymásnak kölcsönösen a megoldást!
3. Nagyon fontos, hogy a kidolgozott példa effektus csak kezdő tanulók – az adott témát illetően – számára fontos és új információ esetén szükséges, hatásos. Jó tanulók – akiknek hosszú-távú emlékezetében sok automatizált séma áll rendelkezésükre, önállóan is meg tudják oldani a feladatot, számukra terhelő lehet a részletes megoldás tanulmányozása. (Tapasztaltsági fordított hatású effektus – Expertise reversal effect).
4. Fokozatosan kell csökkenteni a kidolgozás mértékét, szokásos az un. kiegészítő feladatokat kitűzni, melyekben a megoldás néhány lépése hiányzik, a tanulóknak kell kitöltenie. *„Én akarom megoldani, most már meg tudom egyedül is csinálni!”* elvet kell szem előtt tartani.

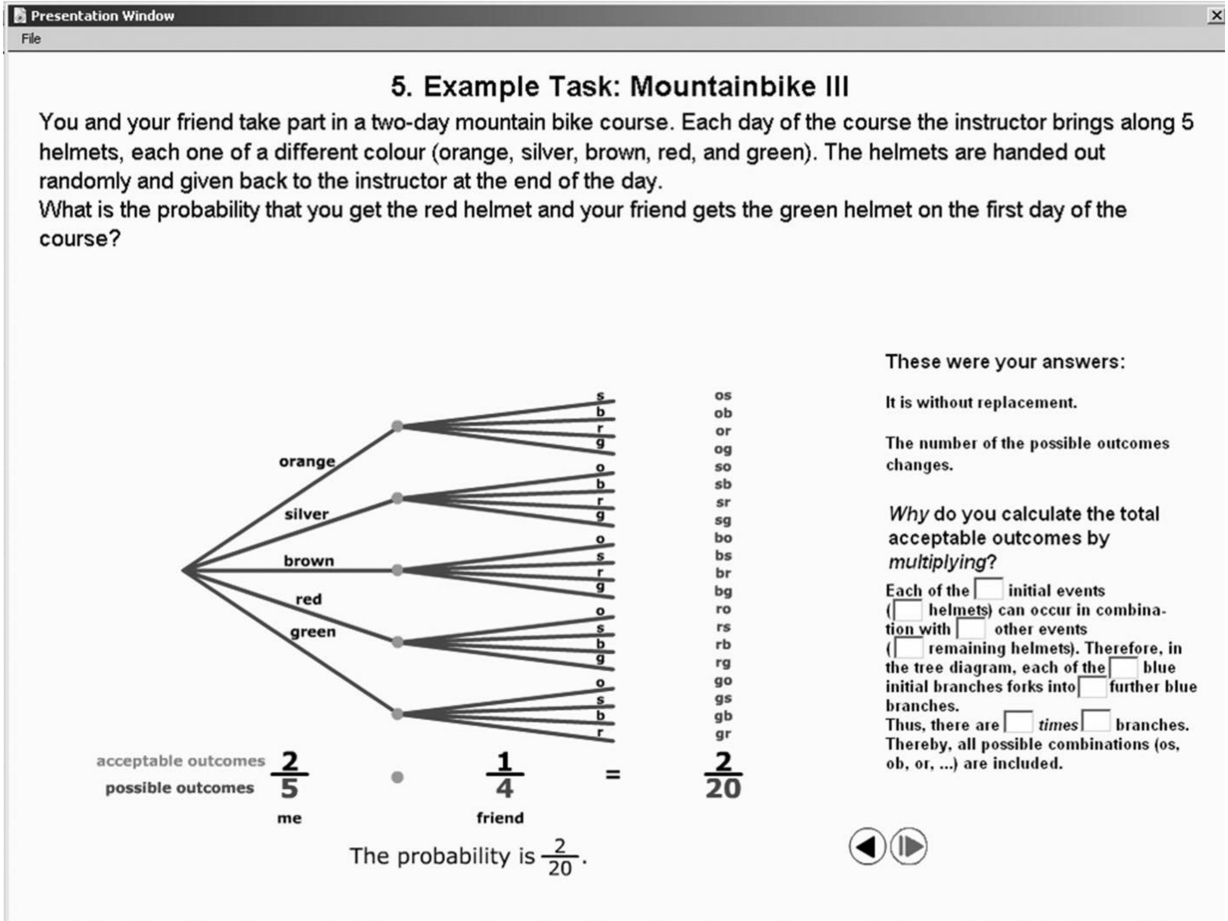
Feladat: Egy konyha 16 m^2-es felületét 720 csempével lehet beborítani. A tulajdonos a konyhában is egy 2,4 m^2-es felületet ki akar csempészni ugyanezen csempefajtából. Hány csempére van ehhez szüksége? Az ábrán két megoldást láthatunk. A baloldali egy arányosságra való összefüggés képletét alkalmazza behelyettesítéssel, míg a jobboldali az egységre való következtetéssel jut a kívánt felülethez. Átlagos tanulók számára ez utóbbi megoldás kívánatos.



2. ábra Renkl, 2014

A következő feladatban két barát egy kétnapos mountain kerékpár túrán vesz részt. Ötféle színű fejvédő sisak áll rendelkezésre: narancs, ezüst, barna, piros és zöld. A sisakokat reggelenként véletlenszerűen választják ki. Mi a valószínűsége, hogy az egyik barát a piros a másik zöld sisakot kapja az első reggelen?

Mivel sok osztályban van lehetőség interaktív tábla használatára az ábrán a sisakokat jelző pontokat célszerű a megfelelő színűre jelölni, így a – főleg fiatalabb – tanulók könnyebben megértik a kapcsolatot.

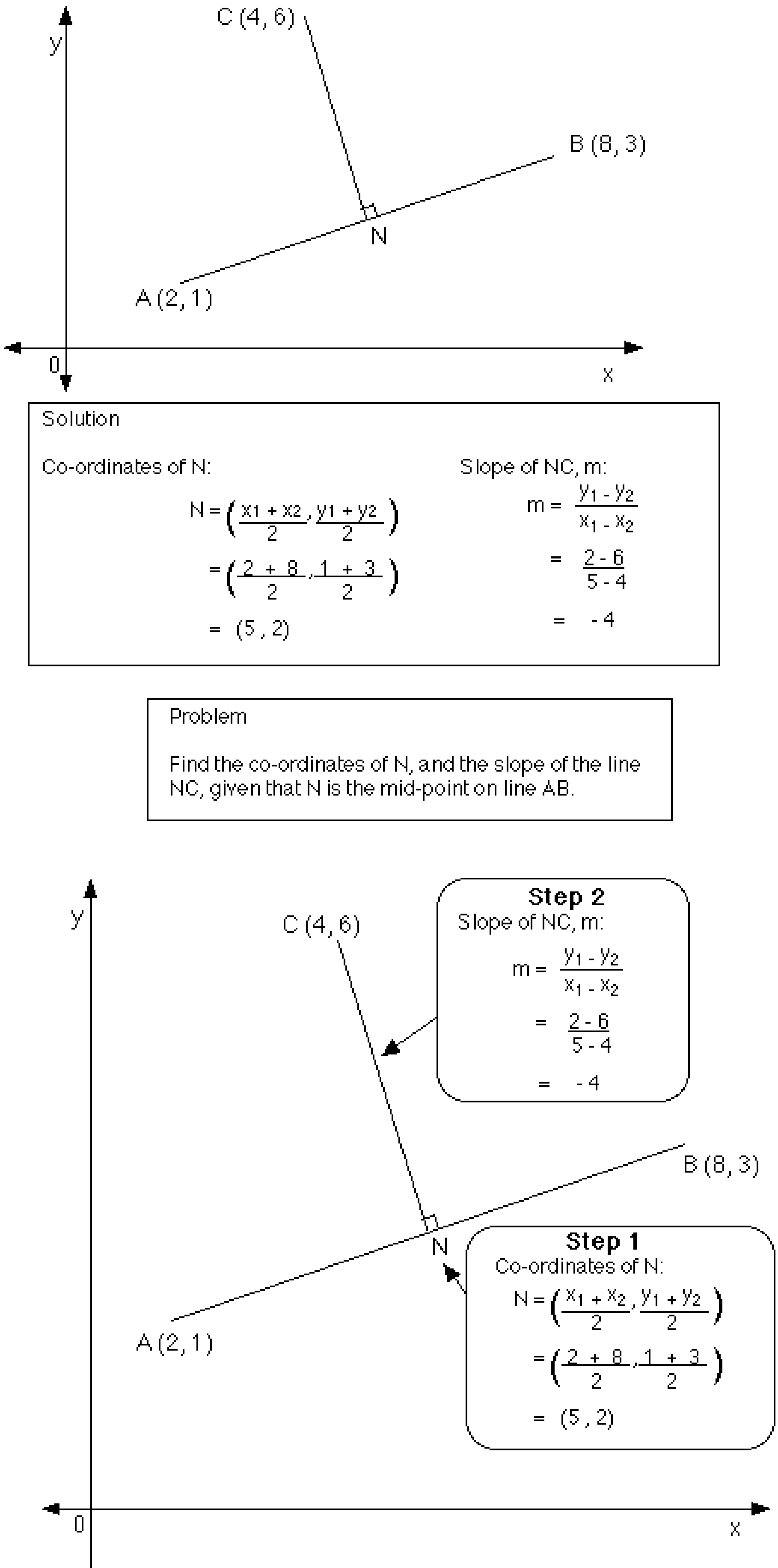


3. ábra Renkl, 2014

6.2. Figyelem megosztás

A munkamemóriát gyakran azonosítják a tudatos figyelemmel. Ezért is ügyelni kell arra, hogy a bemutatott megoldás ne emésszen fel túl sok figyelmi energiát külső dolgok miatt. (Ábra világos szerkezete, a megoldás tagolása, áttekinthetőség stb.) Újra hangsúlyozzuk a multimédia veszélyét, túl sok információt akarunk rövid idő alatt ráönteni a gyerekekre, mindig nézzük meg, mi maradt meg bennük. Az alábbiakban egy koordinátageometriai feladaton mutatjuk be a figyelem-megosztási effektust. Adott A és B pont a koordinátáival és egy külső pont C a koordinátáival. N pont az AB szakasz felezőpontja. Meg kell határozni az N pont koordinátáit és a CN egyenes meredekségét. (Az N pontnál levő szög jelölése nem derékszöget jelent.)

Van tanár, aki a pontok koordinátáit külön leíratja a tanulókkal valahova a füzet szélére, az ábrán csak a nagybetűk vannak jelölve. Itt tehát állandóan meg kell osztani a figyelmet a konkrét pontkoordináták, az ábra és az ábra alatti megoldás leírása között. Mivel a tanulók munkamemória kapacitása között nagy különbségek vannak, sok tanuló számára lehet nehéz ez a figyelem-megosztás. A 4. ábrán mindezt egy helyen találjuk meg, „beleírva az ábrába”. Célunk, hogy a tanuló megalkossa a megoldás mentális modelljét, ehhez alkalmasabb a második változat azzal, hogy koncentráltan van benne a teljes megoldás. A teljes sémát „jobban látják” a tanulók, nagyobb az esélye, hogy a megoldás mentális modelljét jobban meg tudják alkotni. Ne feledjük, sok tanuló csak másol egész óra alatt, anélkül, hogy látná a teljes megoldást együtt.



4. ábra Cooper, 1998

7. Következtetések

Befejezésül összefoglaljuk mondanivalónk lényegét és néhány javaslatot teszünk a matematika tanárok számára.

1. Eredményes matematikatanítás – tanulás alapfeltétele az emberi megismerési struktúra tulajdonságainak figyelembe vétele. A munkamemória kapacitását illetően nagy különbség lehet a tanulók között, következésképpen az átlagos tanulók számára nem megfelelő az a tanítási stílus, mely a jókat preferálja.
2. A külső kognitív terhelés befolyásolható a tanár által, törekednie kell ennek csökkentésére. Ez jelenti a kevesebb tanári beszédet, multimédia eszközök használata esetén és problémamegoldás esetén elegendő idő biztosítását, ábrák és a megfelelő szövegek egymáshoz közeli helyezését.
3. Általános szabály nem adható, az adott osztály tanulói, adott tananyag sajátosságai jelentősen befolyásolják a matematikatanítási – tanulási folyamatot.
4. A nemzetközi kutatási eredmények egyértelműen bizonyítják, hogy új matematikai ismeretek bevezetése, kidolgozása esetén a tanári irányítás hatékonyabb, mint a problémaalapú, problémamegoldó, kutató megközelítés. A kidolgozott példa effektus az egyik legkutatottabb és legeredményesebb oktatási módszer, melynek hazai vizsgálata, kutatása is kívánatos.

Irodalom

[1] Ambrus, A. 2014. Teaching Mathematical Problem-Solving with the Brain in Mind. CEPS Journal, Slovenia p. 105-120

[2] Ayres P., Kalygula S., Sweller J. 2011. Cognitive Load Theory. Springer

[3] Baddeley A. 2005. Az emberi emlékezet. Osiris Budapest

[4] Clark R. E., Kirschner P. A., Sweller J. 2012. Putting Students on the Path to Learning. The Case for Fully Guided Instruction. American Educator, Spring

[5] Chipperfield, B. 2006. Cognitive Load Theory and Instructional Design Saskatoon. Saskatchewan Canada: University of Saskatchewan (USASK). Retrieved on November 7, 2006 from http://www.usask.ca/education/coursework/802papers/chipperfield/chipperfield.pdf
Cooper, G. 1998. Research into Cognitive Load Theory and Instructional Design at UNSW University Homepage

[6] Gordon Győri János - Halmos Mária - Munkácsy Katalin – Pálfalvi Józsefné. 2007. A matematika- tanítás mestersége. Mestertanárok a matematikatanításról.
Gondolat Budapest.

[7] Hattie J., Yates G. 2014 Visible Learning and the Science of How We Learn. Routledge, London

[8] Kárteszi Ferenc személyes kommunikáció

[9] Kirschner P., Kirschner F, Pass F. Cognitive Load Theory 2009.
Education.com,
Internet 2015. 02. 28

[10] Kosztolányi József, 2012 A probléma-megoldási képességek fejlesztéséről.
Előadás a 2012. évi MIDK konferencián.

[11] Mayer R. E. 2011 Applying the Science of Learning. Pearson London

[12] Pólya György 1971-es nem publikált budapesti előadása

[13] Renkl, A. 2014. Learning from Worked Examples: How to prepare Students for Meaningful Problem Solving.
In: Benassi et al. Infusing Psychological Science into the Curriculum.
American Psychological Association p. 118 – 130

[14] Sweller, J., Clark, R. E., and Kirschner, P. A. 2011 Teaching general problem solving does not lead to mathematical skills or knowledge.
EMS Newsletter, March, 41-42

[15] Sweller J., Clark R.E., Kirschner P. A. 2010–2011 „Mathematical Ability Relies on Knowledge, Too”.
34 AMERICAN EDUCATOR | WINTER 34-35